

Mathematik für Informatiker II
Serie 11

1. Sei

$$D = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}, \quad g : D \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x + 2\sqrt{3x^2 + y^2} \\ 2y \end{pmatrix}$$

und

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} v^2 - 4u^2 \\ u \cdot v \end{pmatrix}.$$

Sei $F = f \circ g$. Berechnen Sie $J_F(1,1)$ mit Hilfe der Kettenregel.

2. Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{falls } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Berechnen Sie $\partial_1 \partial_2 f(0,0)$ und $\partial_2 \partial_1 f(0,0)$.

3. Sei $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > -4, x + z > -1\}$ und sei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = \sqrt{4+x} e^{yz} - \ln(1+x+z) \cos(y).$$

Berechnen Sie das Taylorpolynom von f vom Grad 2 um den Entwicklungspunkt $(0, 0, 0)$.

4. Bestimmen Sie die lokalen Extrema der Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) := y \exp(\frac{x^2}{2} - xy)$ und $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x, y) = xy^2 - x^2 - 2y^2$.

Die Lösungen sind am 10.07.2008 zu Beginn der Übung beim Übungsleiter abzugeben.