

**Mathematik für Informatiker II**  
**Serie 6**

1. Für welche  $\alpha \in \mathbb{R}$  ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \alpha \\ -2 & -1 & -1 & \alpha \\ -2 & -2 & -2 & \alpha \\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

invertierbar? Berechnen Sie die Determinante von  $A$  sowohl mit dem Gauß-Algorithmus als auch dem Determinantenentwicklungssatz.

2. Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie mit der Cramerschen Regel die Inverse von  $A$  und die Lösung des linearen Gleichungssystems  $Ax = b$ .

3. Eine Matrix  $A \in M(n \times n, \mathbb{R})$  heißt nilpotent, falls  $k \in \mathbb{N}$  mit  $A^k = 0$  existiert.
- a) Zeigen Sie, dass nilpotente Matrizen den Eigenwert  $\lambda = 0$ , aber keine anderen Eigenwerte haben.
- b) Zeigen Sie, dass

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

nilpotent ist und bestimmen Sie den Eigenraum des Eigenwerts 0.

4. Bestimmen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Die Lösungen sind am 05.06.2008 zu Beginn der Übung beim Übungsleiter abzugeben.