

Mathematik für Informatiker II
Serie 3

1. Berechnen Sie das Integral

$$\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$$

exakt sowie näherungsweise mit der Trapez- und Simpsonregel und vergleichen Sie die erhaltenen Werte numerisch.

2. Sei V Vektorraum und seien U_1 und U_2 Unterräume von V . Zeigen Sie, dass $U_1 \cup U_2$ genau dann Unterraum ist, wenn $U_1 \subset U_2$ oder $U_2 \subset U_1$ gilt.
3. Sei V der \mathbb{R} -Vektorraum der reellen Polynome vom Grad kleiner oder gleich 2.
- (a) Bestimmen Sie die Dimension von V und geben Sie eine Basis an.
 - (b) Zeigen Sie, dass $U = \{p \in V : p(1) = 0\}$ Unterraum ist.
 - (c) Bestimmen Sie die Dimension von U und geben Sie eine Basis von U an.
4. Es sei V die Menge der stetigen Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} . Für $f \in V$ und $x \in \mathbb{R}$ seien $\varphi(f) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $\psi(f) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$\begin{aligned}\varphi(f)(x) &= f(x^2), \\ \psi(f)(x) &= f(x)^2.\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $\varphi : V \rightarrow V$ und $\psi : V \rightarrow V$ gilt. Untersuchen Sie, ob φ und ψ linear sind.

Die Lösungen sind am 15.05.2008 zu Beginn der Übung beim Übungsleiter abzugeben.