

Mathematik für Informatiker II
Serie 2

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Länge der Archimedischen Spirale $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$\gamma(t) = (ct \cos t, ct \sin t),$$

wobei $c > 0$.

Hinweis. Benutzen Sie für das auftretende Integral dieselbe Substitution wie in Aufgabe 4 der Serie 1.

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Länge des Graphen der Funktion

$$f : \left[\frac{1}{4}, \frac{4}{3} \right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{x}.$$

Aufgabe 3. Untersuchen Sie, ob die uneigentlichen Integrale

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{3 + \sin \sqrt{x}}}{x^2} dx \quad \text{und} \quad \int_1^{\infty} \frac{\ln(2 + e^{-x})}{\sqrt{x}} dx$$

konvergieren.

Aufgabe 4. Sei $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ beschränkt und stetig differenzierbar. Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{f'(x)}{x} dx$$

konvergiert.

Die Lösungen sind am Donnerstag, dem 8. Mai 2006, in der Übung abzugeben.