

**Mathematik für Informatiker I**  
**Serie 11**

1. Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihen

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{n+2i}{2in+3} \right)^n z^n \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} z^n.$$

2. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  konvergiert die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} x^n?$$

3. Zeigen Sie, dass für alle  $z, w \in \mathbb{C}$  die folgenden Gleichungen gelten:

(a)  $\cos z = \frac{1}{2}(\exp(iz) + \exp(-iz))$

(b)  $\sin z = \frac{1}{2i}(\exp(iz) - \exp(-iz))$

(c)  $\cos(z+w) = \cos z \cos w - \sin z \sin w$

(d)  $\sin(z+w) = \sin z \cos w + \cos z \sin w$

4. Zeigen Sie mit Hilfe von Lemma 3.57, dass die Funktion

$$f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty), \quad f(x) = \sqrt{x}$$

stetig ist, indem Sie zu gegebenem  $x_0 \in [0, \infty)$  und  $\varepsilon > 0$  ein geeignetes  $\delta > 0$  bestimmen.

Die Lösungen sind am 24.01.2008 zu Beginn der Übung beim Übungsleiter abzugeben.