

Mathematik für Informatiker I
Serie 3

1. Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität:

- (a) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad x \mapsto x + |x|,$
- (b) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad (x, y, z) \mapsto (x + y, y + z),$
- (c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad x \mapsto x + \sqrt{x^2 + 1}.$

Bestimmen Sie im Fall der Bijektivität auch die Umkehrfunktion.
Dabei ist $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.

2. Seien M und N Mengen und sei $f : M \rightarrow N$ eine Funktion.

- (a) Sei $A \subset M$. Welche Inklusion gibt es zwischen den Mengen A und $f^{-1}(f(A))$?
Unter welchen Voraussetzungen an f gilt $f^{-1}(f(A)) = A$?
- (b) Sei $B \subset N$. Untersuchen Sie analog zu (a) die Beziehung zwischen den Mengen B und $f(f^{-1}(B))$.

3. Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=0}^n \binom{m+k}{k} = \binom{m+n+1}{n}$$

für $m, n \in \mathbb{N}$. Veranschaulichen Sie das Ergebnis an Hand des Pascalschen Dreiecks.

4. Ein häufiges Ergebnis beim Fußball ist 2:1. Hier gibt es drei mögliche Torfolgen:

1:0 - 2:0 - 2:1, 1:0 - 1:1 - 2:1 und 0:1 - 1:1 - 2:1.

Das Endspiel der letzten Handball-WM endete 29:24. Wie viele Torfolgen sind für dieses Ergebnis möglich?

Wie viele Torfolgen sind allgemein für das Ergebnis $n : m$ möglich?

Die Lösungen sind bis zum 16.11.2007 ins Fach des Übungsleiters einzuwerfen.