

Mathematik IV (für Physiker)
Serie 9

1. Sei $a > 1$ und $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass $f(z) = e^z + (z+a)^n$ genau n Nullstellen in $K(-a, 1)$ hat.

Zusatz: Zeigen Sie, dass f keine mehrfachen Nullstellen hat.

2. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $Q_n(x) = \frac{d^n}{dx^n}(x^2 - 1)^n$. Zeigen Sie, dass die Q_n ein Orthogonalsystem bezüglich des Skalarproduktes

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x) \overline{g(x)} dx \quad \text{bilden.}$$

Bemerkung: Aus Aufgabe 2 folgt, dass $Q_n(x) = 2^n n! P_n(x)$ mit dem Legendre-Polynom $P_n(x)$ gilt. Diese Gleichung heißt auch *Rodriguessa Formel*.

Abgabe: Dienstag, den 21.06.11, vor der Übung