Prof. Dr. W. Bergweiler Sommersemester 2011

Mathematik IV (für Physiker)
Serie 6

1. Sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ Gebiet, $u : \Omega \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar. Zeigen Sie, dass

$$\Delta u(re^{i\varphi}) = \frac{\partial^2 u(re^{i\varphi})}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial u(re^{i\varphi})}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial^2 u(re^{i\varphi})}{\partial \varphi^2}.$$

2. Sei f holomorph in Ω. Sei $\overline{K}(0,R) \subset \Omega$ und $z \in K(0,R)$. Zeigen Sie, dass

$$f(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \operatorname{Re}\left(f(Re^{it})\right)\frac{Re^{it}+z}{Re^{it}-z}\,dt + i\,\operatorname{Im} f(0)$$

gilt. Folgern Sie hieraus, dass für $0 < r < R$

$$\max_{|z|=r} |f(z)| \leq \frac{R+r}{R-r}\max_{|z|=R} |\operatorname{Re} f(z)| + |\operatorname{Im} f(0)|$$

gilt.

Abgabe: Dienstag, den 24.05.11, vor der Übung