

Mathematik für Informatiker II
Serie 3

1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rccccccr} & & 3x_2 & + & 6x_3 & - & 12x_4 & - & 18x_5 & + & 5x_6 & = & 3 \\ x_1 & + & x_2 & & & & + & 3x_4 & + & 4x_5 & & = & 1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & & & & + & 3x_4 & + & 7x_5 & - & x_6 & = & 2 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 & + & 2x_6 & = & 3 \end{array}$$

2. Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rccccr} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 1 \\ 5x_1 & + & 6x_2 & + & 7x_3 & + & 8x_4 & = & 2 \\ 9x_1 & + & 10x_2 & + & 11x_3 & + & 12x_4 & = & 3 \\ 13x_1 & + & 14x_2 & + & 15x_3 & + & \alpha^2 x_4 & = & \alpha \end{array}$$

in Abhängigkeit vom Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$.

3. Es sei V die Menge der stetigen Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} . Für $f \in V$ und $x \in \mathbb{R}$ seien $\varphi(f) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $\psi(f) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$\begin{aligned} \varphi(f)(x) &= f(x^2), \\ \psi(f)(x) &= f(x)^2. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $\varphi : V \rightarrow V$ und $\psi : V \rightarrow V$ gilt. Untersuchen Sie, ob φ und ψ linear sind.

4. Es sei $A = (a_{ij})$ eine $(n \times n)$ -Matrix mit $a_{ij} = 0$ falls $i \leq j + 1$. Die Matrizen $B = (b_{ij})$ und $C = (c_{ij})$ seien definiert durch $B := A^2 = A \cdot A$ und $C := A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{n\text{-mal}}$.

Zeigen Sie:

- a) $b_{ij} = 0$ falls $i \leq j + 2$,
- b) $c_{ij} = 0$ für alle i und j .

Abgabe: Dienstag, den 02.05.06, 9.00 Uhr.