

## Übungen zur Komplexen Dynamik Serie 10

1. Sei  $P$  ein nicht konstantes Polynom und sei  $N_P(z) = z - \frac{P(z)}{P'(z)}$  die zugehörige Newtonsche Iterationsfunktion. Die Funktion  $N_P$  habe einen anziehenden periodischen Punkt  $z_0$  der Periode  $m \geq 2$ . Zeigen Sie, dass  $\bigcup_{j=0}^{m-1} A^*(N_P^j(z_0))$  eine Nullstelle von  $P''$  enthält.

2. Seien  $P(z) = z^3 - 2z + 2$  und  $Q(z) = z^3 - 3z + 3$ . Untersuchen Sie, ob  $N_P$  oder  $N_Q$  außer den Nullstellen von  $P$  bzw.  $Q$  noch weitere anziehende periodische Punkte haben.

3. Sei  $a > 0$  und

$$f(z) = \frac{1}{a+1} z^2(z+a).$$

Untersuchen Sie das Verhalten der kritischen Punkte unter Iteration. Unterscheiden Sie dabei die Fälle  $0 < a < 3$ ,  $a = 3$  und  $a > 3$ . Folgern Sie, dass  $f$  außer den superattraktiven Fixpunkten  $0$  und  $\infty$  keine weiteren attraktiven periodischen Punkte hat.

Die Lösungen sind bis Mittwoch, den 23.1.2013, abzugeben.