Prof. Dr. Walter Bergweiler Wintersemester 2012/13

Übungen zur Komplexen Dynamik
Serie 8

1. Sei f eine rationale Funktion. Es sei $J(f)$ nicht zusammenhängend. Zeigen Sie, dass $J(f)$ überabzählbar viele Zusammenhangskomponenten hat.

2. Sei f ganze oder rationale Funktion. Es sei 0 abstoßender Fixpunkt von f mit Multiplikator λ. Zeigen Sie, dass die Lösung S der Schröderschen Funktionalgleichung durch
$$S(z) = \lim_{n\to\infty} f^n\left(\frac{z}{\lambda^n}\right)$$
gegeben ist.

3. Sei $\lambda \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$ mit $|\lambda| \neq 1$ und sei $f : \hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$,
$$f(z) = \frac{\lambda z}{1+z}.$$
Sei $g : \hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$,
$$g(z) = \frac{2z}{1+z^2}.$$
Bestimmen Sie für f und g die Lösungen der Schröderschen Funktionalgleichung bezüglich des Fixpunktes im Nullpunkt.

   Hinweis: Konjugieren Sie f zu einer Funktion mit Fixpunktmenge $\{0, \infty\}$, vgl. Aufgabe 2 der Serie 2. Erinnern Sie sich bei g an das Additionstheorem der Tangensfunktion.

Die Lösungen sind bis Mittwoch, den 9.1.2013, abzugeben.