Übungen zur Komplexen Dynamik
Serie 2

1. Seien $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \in \widehat{\mathbb{C}}$ mit $a_j \neq a_k$ und $b_j \neq b_k$ für $j \neq k$. Zeigen Sie, dass eine Möbiustransformation T mit $T(a_j) = b_j$ für $j \in \{1, 2, 3\}$ existiert.

   Hinweis: Betrachten Sie zunächst den Fall $b_1 = 0,\ b_2 = 1,\ b_3 = \infty$.

2. Zeigen Sie, dass jede Möbiustransformation durch eine Möbiustransformation zu einer der Funktionen $z \mapsto kz$ mit $k \in \mathbb{C}$, $|k| < 1$, oder $z \mapsto z + 1$ konjugiert ist; d.h., zeigen Sie, dass zu jeder Möbiustransformation f eine Möbiustransformation L existiert, so dass $g := L^{-1} \circ f \circ L$ die Form $g(z) = kz$ oder $g(z) = z + 1$ hat.

   Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass eine von der Identität verschiedene Möbiustransformation einen oder zwei Fixpunkte hat.