Prof. Dr. W. Bergweiler WS 2004/05

Übungen zu Iteration analytischer Funktionen
Serie 8

1. Sei f ganz und sei
$$I(f) = \{z \in \mathbb{C} : \lim_{n\to\infty} f^n(z) = \infty\}.$$
Es gelte $I(f) \neq \emptyset$. Folgern Sie, dass $J(f) = \partial I(f)$.

   Bemerkung: Man kann zeigen, dass die Voraussetzung $I(f) \neq \emptyset$ immer erfüllt ist.

2. Sei f ganz oder rational und sei $U \subset \mathbb{C}$ offen mit $U \cap J(f) \neq \emptyset$. Zeigen Sie, dass $(f^n|_u)$ keine konvergente Teilfolge hat.

   Hinweis: Benutzen Sie den Satz aus der Vorlesung, dass $J(f)$ der Abschluss der Menge der abstoßenden periodischen Punkte ist.

3. Seien f und g beide rational oder beide ganz. Zeigen Sie, dass
$$\operatorname{sing}\left((g \circ f)^{-1}\right) \subset \operatorname{sing}(g^{-1}) \cup g\left(\operatorname{sing}(f^{-1})\right).$$

4. Sei $f : \hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$ definiert durch
$$f(z) = \frac{(z-2)^2}{z^2}.$$
Bestimmen Sie $\operatorname{sing}(f^{-1})$ sowie die Vorwärtsorbits der Punkte aus $\operatorname{sing}(f^{-1})$.

Abgabe: 17.01.2005