Prof. Dr. W. Bergweiler WS 2004/05

Übungen zu Iteration analytischer Funktionen
Serie 1

1. Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, \quad f(z) = az + b,$ wobei $a, b \in \mathbb{C}$. Finden Sie einen „geschlossenen Ausdruck" für die Iterierten $f^n(z)$. Diskutieren Sie das Konvergenzverhalten von $(f^n(z))$ für $|a| < 1$ und $|a| > 1$.

2. Sei $G \subset \mathbb{C}$ Gebiet und $f : G \to G$ holomorph. Sei $\xi \in G$ mit $f(\xi) = \xi$ und $|f'(\xi)| < 1$. Zeigen Sie, dass $\varepsilon > 0$ existiert, so dass $\lim_{n\to\infty} f^n(z) = \xi$ für $z \in G$ mit $|z - \xi| < \varepsilon$.

3. Sei $\varphi : S^2 \to \widehat{\mathbb{C}}$ die stereographische Projektion gemäß Vorlesung. Bestätigen Sie die in der Vorlesung angegebene Formel für die Umkehrfunktion φ^{-1}.

4. Bestätigen Sie die in der Vorlesung angegebene Formel für die sphärische Metrik χ.

Abgabe: 01.11.2004

Literatur:

L. Carleson, Th. W. Gamelin: Complex dynamics, Springer 1993
J. Milnor: Dynamics in one complex variable, Vieweg 2000
A. F. Beardon: Iteration of rational functions, Springer 1991
N. Steinmetz: Rational iteration, de Gruyter 1993