Prof. Dr. W. Bergweiler WS 2008/09

Übungen zur Komplexen Dynamik
Serie 7

1. Sei f ganz und sei
$$I(f) = \{z \in \mathbb{C} : \lim_{n\to\infty} f^n(z) = \infty\}.$$
Es gelte $I(f) \neq \emptyset$. Folgern Sie, dass $J(f) = \partial I(f)$.

   Bemerkung: Man kann zeigen, dass die Voraussetzung $I(f) \neq \emptyset$ immer erfüllt ist.

2. Sei f ganz oder rational und sei $U \subset \mathbb{C}$ offen mit $U \cap J(f) \neq \emptyset$. Zeigen Sie, dass $(f^n|_U)$ keine konvergente Teilfolge hat.

   Hinweis: Benutzen Sie den Satz aus der Vorlesung, dass $J(f)$ der Abschluss der Menge der abstoßenden periodischen Punkte ist.

3. Sei f eine rationale Funktion. Es sei $J(f)$ nicht zusammenhängend. Zeigen Sie, dass $J(f)$ überabzählbar viele Zusammenhangskomponenten hat.

   Hinweis: Benutzen Sie Satz 5.7 der Vorlesung.

4. Sei f ganze oder rationale Funktion. Es sei 0 abstoßender Fixpunkt von f mit Multiplikator λ. Zeigen Sie, dass die Lösung S der Schröderschen Funktionalgleichung durch
$$S(z) = \lim_{n\to\infty} f^n\left(\frac{z}{\lambda^n}\right)$$
gegeben ist.

Die Lösungen sind am Dienstag, dem 20.01.2009, in der Vorlesung abzugeben.