

Übungen zur Komplexen Dynamik Serie 1

1. Sei $\varphi : S^2 \rightarrow \widehat{\mathbb{C}}$ die stereographische Projektion gemäß Vorlesung. Bestätigen Sie die in der Vorlesung angegebenen Formeln für φ und φ^{-1} .
2. Seien $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \in \widehat{\mathbb{C}}$ mit $a_j \neq a_k$ und $b_j \neq b_k$ für $j \neq k$. Zeigen Sie, dass genau eine Möbiustransformation T mit $T(a_j) = b_j$ für $j \in \{1, 2, 3\}$ existiert.
Hinweis: Betrachten Sie zunächst den Fall $b_1 = 0, b_2 = 1, b_3 = \infty$.
3. Zeigen Sie, dass jede Möbiustransformation als Hintereinanderausführung von Translationen, Drehstreckungen und Inversionen geschrieben werden kann.
4. Sei K die Menge aller Kreise in \mathbb{C} und G die Menge aller mit dem Punkt ∞ vereinigten Geraden in \mathbb{C} . Sei T Möbiustransformation. Zeigen Sie, dass $T(K \cup G) \subset K \cup G$.
Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 3.

Die Lösungen sind am Dienstag, dem 11.11.2008, in der Vorlesung abzugeben.