Prof. Dr. W. Bergweiler WS 2004/05

Übungen zu Analysis mit Maple
Serie 7

1. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'(x) = (\cos\sqrt{2}\,x - \cos x)e^{y(x)}, y(0) = c.$$

   Plotten Sie die Lösung für $c = -\frac{1}{2}$.

   Plotten Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung zusammen mit den Lösungen für mehrere Werte aus dem Intervall $[-1, 0]$.

2. Die verallgemeinerte logistische Gleichung ist gegeben durch

$$y'(x) = a(x)y(x) - b(x)y(x)^2.$$

   Berechnen Sie für $a(x) = 3 + \sin x$ und $b(x) = 2 + \cos\sqrt{x}$ die Lösung mit der Anfangsbedingung $y(0) = 1$.

   Plotten Sie auch das Richtungsfeld der Differentialgleichung zusammen mit dieser Lösung sowie den Lösungen zu anderen Anfangsbedingungen.

3. Das gedämpfte mathematische Pendel ist durch die Differentialgleichung

$$x''(t) + ax'(t) + b\sin x(t) = 0$$

   gegeben.

   Plotten Sie für $a = \frac{1}{10}$ und $b = 1$ die Lösungen zu den Anfangsbedingungen $x'(0) = 0$ und $x(0) = 3$, $x(0) = 3,1$ bzw. $x(0) = 3,14$. Betrachten Sie auch die Anfangsbedingungen $x(0) = 3,14$ und $x'(0) = 0,1$. Interpretieren Sie die Ergebnisse physikalisch.

4. Plotten sie ein Phasenportrait für das folgende verallgemeinerte Räuber-Beute-Modell von Lotka und Volterra:

$$x'(t) = x(t)\,(a - by(t)^2)$$
$$y'(t) = y(t)\,(-c + dx(t)^2)\,.$$

   Wählen Sie dabei geeignete positive Parameter a, b, c, d.

   Untersuchen Sie für dieses (oder auch das klassische Lotka-Volterra-Modell) auch den Fall, dass einer der Parameter a, b, c, d negativ ist, und interpretieren Sie das Ergebnis.