

Übungen zu Analysis mit Maple Serie 3

1. Die durch $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (a \sin(nt + b), c \sin t)$ gegebenen Kurven heißen *Lissajou-Kurven*. (Dabei sind $a, b, c \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$). Plotten Sie diese für verschiedene Werte von a, b, c und n .
2. Ein Kreis vom Radius b rolle auf einem Kreis vom Radius a ab. Die Bahn eines Punktes (auf dem Kreis mit Radius b) heißt *Epizykloide*. Ihre Parameterdarstellung ist gegeben durch

$$t \mapsto \left((a+b) \cos t - b \cos \left(\left(\frac{a}{b} + 1 \right) t \right), (a+b) \sin t - b \sin \left(\left(\frac{a}{b} + 1 \right) t \right) \right).$$

Plotten Sie diese Kurve für geeignete Werte von a und b .

3. Die *Epitrochoide* erhält man als Bahnkurve von Punkten, die nicht auf dem Rand des Kreises mit Radius b liegen, sondern einen Abstand c vom Mittelpunkt dieses Kreises hat. Sie ist gegeben durch

$$t \mapsto \left((a+b) \cos t - c \cos \left(\left(\frac{a}{b} + 1 \right) t \right), (a+b) \sin t - c \sin \left(\left(\frac{a}{b} + 1 \right) t \right) \right).$$

Die Epizykloide ist also der Spezialfall $b = c$. Plotten Sie die Epitrochoide für geeignete Werte von a, b und c . Stellen Sie einen animierten Plot her, welcher zeigt, wie sich die Epitrochoide in Abhängigkeit von c ändert.

4. Die in Polarkoordinaten (r, φ) durch $\varphi = r^2$ gegebene Kurve heißt auch *Fermat-Kurve*. Plotten Sie diese.
5. Das *Möbiusband* ist durch die Parametrisierung

$$(u, v) \mapsto \left(\cos u + v \cos u \cdot \cos \frac{u}{2}, \sin u + v \sin u \cdot \cos \frac{u}{2}, v \sin \frac{u}{2} \right)$$

gegeben, wobei $0 \leq u \leq 2\pi$ und $|v| \leq c$ für ein $c > 0$. (Dieses c ist die „Breite“ des Bandes.) Plotten Sie das Möbiusband für geeignetes c , etwa $c = 0, 2$.

6. Das *Paraboloid* ist gegeben durch die Gleichung $z = x^2 + y^2$. Plotten Sie das Paraboloid auf verschiedene Arten, d.h., implizit oder durch Verwendung einer Parametrisierung.
7. Plotten Sie die durch

$$(2x^2 + y^2 + z^2 - 1)^3 - \frac{1}{10}x^2z^3 - y^2z^3 = 0$$

gegebene Fläche.