Prof. Dr. W. Bergweiler WS 2004/05

Übungen zu Analysis mit Maple
Serie 2

1. Man bestimme die Nullstellen der Polynome

$$\begin{aligned} p(x) &= x^2+2x-4\ , \\ q(x) &= 2x^3-5x^2+2\ , \\ r(x) &= x^7-x^2-x+1\ , \\ s(x) &= x^5-4x^3+x+2\ . \end{aligned}$$

2. Lösen Sie die Gleichung $\sqrt{x}+1 = 3x-x^2$.
   Plotten Sie auch die durch $\sqrt{x}+1$ und $3x-x^2$ gegebenen Funktionen.

3. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\sqrt{x+1}+x+2 < \sqrt{9+4x^2}\ ?$$

4. Finden Sie alle Lösungen des Gleichungssystems

$$\begin{array}{ccccccccc} x & + & y & + & z & = & & 4 \\ x & - & & & z^2 & = & - & 1 \\ x & - & 2y^2 & + & z & = & & 2 & . \end{array}$$

5. Finden Sie Nullstellen der Funktion $f(x) = \cos x + \dfrac{\pi}{x}$. Plotten Sie die Funktion f auch.

6. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $p_n(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$ und $q_n(x) = \left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$. Dann gilt

$$\lim_{n\to\infty} p_n(x) = \lim_{n\to\infty} q_n(x) = e^x.$$

   Plotten Sie die Funktionen p_n und q_n für geeignete Werte von n gemeinsam mit der Exponentialfunktion. (Der Plot sollte erkennen lassen, dass p_n und q_n auf gewissen Intervallen, aber nicht überall, die Exponentialfunktion gut approximieren.)
   Fertigen Sie entsprechende Plots für $P_n(x) = p_n(-x^2)$ und $Q_n(x) = q_n(-x^2)$ an. Es gilt natürlich

$$\lim_{n\to\infty} P_n(x) = \lim_{n\to\infty} Q_n(x) = e^{-x^2}.$$