

Analysis IV (für Physiker)
Serie 8

1. Die durch

$$f(z) = \frac{\sin \frac{\pi}{z}}{(z-1)(z-2)}$$

gegebene Funktion f hat isolierte Singularitäten in den Punkten 0, 1 und 2. Untersuchen Sie, ob es sich um hebbare Singularitäten, Polstellen oder wesentliche Singularitäten handelt.

2. Bestimmen Sie für die skizzierte Kurve γ die Windungszahl in den Komponenten von $\mathbb{C} \setminus \text{Sp}(\gamma)$. (Ohne Beweis.)

3. Sei

$$f(z) = \frac{\cot \pi z}{z^2}.$$

Berechnen Sie $\text{res}(f, 0)$.

4. Sei $\alpha > 0$. Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 + 1)e^{i\alpha x}}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

Abgabe: Dienstag, den 08.06.04, in der Vorlesung