Prof. Dr. W. Bergweiler SS 2004

Analysis IV (für Physiker)
Serie 11

1. Sei P_k das Legendre-Polynom vom Grad k. Zeigen Sie, dass P_k gerade ist, falls k gerade ist und dass P_k ungerade ist, falls k ungerade ist.

2. Sei $V = L^2(-1, 1)$ versehen mit dem Skalarprodukt

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)\,\overline{g(x)}\,dx$$

und sei F_n die orthogonale Projektion auf den Teilraum der Polynome vom Grad höchstens n. Sei $f \in V$. Zeigen Sie, dass $F_n(f)$ gerade ist, falls f gerade ist, und dass $F_n(f)$ ungerade ist, falls f ungerade ist.

3. Sei V wie in Aufgabe 2 und $f(x) = |x|$. Berechnen Sie $F_3(f)$.

4. Sei $V = L^2\left((0, \infty), w\right)$ mit $w(x) = e^{-x}$, d.h.

$$V = \{f : (0, \infty) \to \mathbb{R} : f \quad \text{lokal integrierbar und } \int_0^\infty |f(x)|^2 e^{-x}\,dx < \infty\}.$$

Sei W der Raum der Polynome vom Grad höchstens 3 und

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Berechnen Sie $P_W(f)$.

Abgabe: Dienstag, den 06.07.04, in der Vorlesung