

Analysis IV
Serie 11

1. Sei $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = z^5 + e^z + \cos z$. Zeigen Sie, dass f genau 5 Nullstellen in $D(0, 2)$ hat.
2. Sei $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = \frac{1}{2}z + \cos \pi z$. Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen von f im Quadrat $Q = \{z \in \mathbb{C}: |\operatorname{Re} z| < 1 \text{ und } |\operatorname{Im} z| < 1\}$.
3. Sei G Gebiet, $R > 0$ und $f: D(0, R) \rightarrow G$ biholomorph. Sei $w \in G$ und $r > 0$ mit $|f^{-1}(w)| < r < R$. Zeigen Sie, dass

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=r} \frac{z f'(z)}{f(z) - w} dz.$$

Die Lösungen sind bis Dienstag, den 08.07.2014, 10:00 Uhr, im Fach des jeweiligen Übungsleiters abzugeben.