

**Analysis IV**  
**Serie 1**

1. Zu Beginn der Vorlesung (Seite 1 des Skriptes) sind einige Aussagen über komplex differenzierbare Funktionen angegeben, die im Verlauf der Vorlesung bewiesen werden. Belegen Sie durch Beispiele, dass die entsprechenden Aussagen für auf einem Intervall definierte, differenzierbare, reellwertige Funktionen im Allgemeinen *nicht* gelten.
2. Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil sowie den Betrag von

$$\frac{7-4i}{3+4i}, \quad (\sqrt{5}-i\sqrt{3})^2 \quad \text{und} \quad \left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2014}.$$

3. Formulieren und beweisen Sie die Produktregel für komplexe Differenzierbarkeit.
4. Sei  $f : \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{C}$ ,

$$f(z) = \frac{|z| + z}{\sqrt{2(|z| + \operatorname{Re} z)}}.$$

Zeigen Sie, dass  $f(z)^2 = z$  für alle  $z \in \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0]$ . Zeigen Sie weiter, dass  $f$  holomorph ist.

Die Lösungen sind bis Mittwoch, den 23.04.2014, 10:00 Uhr, im Fach des jeweiligen Übungsleiters abzugeben.