

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

**Klausur zur Vorlesung „Analysis IV“
im Studiengang 1-Fach-Bachelor / 2-Fach-Master Mathematik
14. Juli 2014, 9:00 - 11:40 Uhr**

Für die Bearbeitung der folgenden 8 Aufgaben werden bei vollständig richtiger Bearbeitung jeweils 10 Punkte vergeben. Wer insgesamt 32 Punkte erreicht, hat die Klausur bestanden. Jede Aufgabe ist auf einem separaten Blatt zu bearbeiten. Jedes Blatt ist mit Matrikelnummer und Namen zu versehen. Bearbeitungszeit: 2 Stunden und 40 Minuten. Viel Erfolg! 😊

1. Wie lautet

(a) der Satz von Morera? (3 Punkte)

(b) die Definition des Begriffes „nullhomolog“? (3 Punkte)

(c) das Schwarzsche Lemma? (4 Punkte)

Weiter auf Seite 2

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

2. Sei $f : D(0, 1) \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph. Es gelte

$$|f(z)| \leq \frac{1}{\sqrt{1 - |z|^2}}$$

für alle $z \in D(0, 1)$. Zeigen Sie, dass $|f'(0)| \leq 2$.

Weiter auf Seite 3

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

3. Sei $G \subseteq \mathbb{C}$ Gebiet und $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph. Es sei $\operatorname{Re} f + \operatorname{Im} f$ konstant. Zeigen Sie, dass f konstant ist.

Weiter auf Seite 4

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

4. Existiert eine ganze Funktion f , so dass

$$f(e^{1/n}) = \frac{n+1}{n}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt?

Weiter auf Seite 5

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

5. Sei $G \subseteq \mathbb{C}$ beschränktes Gebiet mit $0 \in G$ und $f : \overline{G} \rightarrow \mathbb{C}$ stetig. Weiter sei f holomorph in G und es gelte $|f(z)| \geq e^{\operatorname{Re} z}$ für $z \in \partial G$ sowie $|f(0)| < 1$. Zeigen Sie, dass f eine Nullstelle hat.

Weiter auf Seite 6

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

6. Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen der Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + e^{z-1}$ im Quadrat mit den Ecken $3 \pm 3i$ und $-3 \pm 3i$.

Weiter auf Seite 7

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

7. Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1) \sin x}{x^2 + 4x + 5} dx.$$

Weiter auf Seite 8

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

8. Bestimmen Sie alle ganzen Funktionen f , für die $f'(z) = zf(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$ sowie $f(0) = 1$ gilt.

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____

Name: _____ Matrikel-Nr.: _____