Analysis IV
Serie 11

1. Zeigen Sie, dass die Exponentialfunktion einen Fixpunkt in

$$\{z \in \mathbb{C} : |\text{Re } z| < 2, \ |\text{Im } z| < \pi\}$$

hat.

2. Berechnen Sie für $a, b > 0$ das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos ax}{(x^2 + b^2)^2} \, dx \ .$$

3. Sei $G \subset \mathbb{C}$ Gebiet, $N \in \mathbb{N}$ und sei $f : G \to \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion ohne Nullstellen. Zeigen Sie, dass eine holomorphe Funktion $h : G \to \mathbb{C}$ mit $f(z) = h(z)^N$ für alle $z \in G$ genau dann existiert, wenn für jeden geschlossenen Integrationsweg γ in G die Windungszahl $n(f \circ \gamma, 0)$ durch N teilbar ist.

   Hinweis. Benutzen Sie die Aufgabe 3 der Serie 10.

4. Seien $G, H \subset \mathbb{C}$ Gebiete und sei $f : G \to H$ biholomorph. Zeigen Sie, dass G genau dann einfach zusammenhängend ist, wenn H einfach zusammenhängend ist.

Die Lösungen sind bis Dienstag, den 06.07.2010, vor der Vorlesung abzugeben.