Prof. Dr. W. Bergweiler SS 2010

Analysis IV
Serie 7

1. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''(x) + a_1 y'(x) + a_2 y(x) = g(x)e^{\mu x}$$

mit $a_1, a_2, \mu \in \mathbb{R}$ und einem Polynom g. Es sei μ keine Nullstelle des charakteristischen Polynoms. Zeigen Sie, dass ein Polynom h vom gleichen Grad wie g existiert, so dass $y(x) = h(x)e^{\mu x}$ Lösung der Differentialgleichung ist.

Wie muss obige Aussage modifiziert werden, wenn μ Nullstelle des charakteristischen Polynoms ist?

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(x) + 4y'(x) + 3y(x) = 9xe^{-4x},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1\ .$$

3. Formulieren und beweisen Sie die Kettenregel für komplexe Differenzierbarkeit.

4. Sei $f : \mathbb{C}\backslash(-\infty, 0] \to \mathbb{C}$,

$$f(z) = \frac{|z| + z}{\sqrt{2(|z| + \operatorname{Re} z)}}\ .$$

Zeigen Sie, dass $f(z)^2 = z$ für alle $z \in \mathbb{C}\backslash(-\infty, 0]$. Zeigen Sie weiter, dass f holomorph ist.

Die Lösungen sind bis Dienstag, den 08.06.2010, vor der Vorlesung abzugeben.