

Analysis IV
Serie 6

1. Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 2 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie eine Fundamentalmatrix des Differentialgleichungssystems $y' = Ay$.

2. Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''' - 3y'' + 4y = 0, \quad y''(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y(0) = 0.$$

3. Gegeben sei das lineare Differentialgleichungssystem $y' = Ay$ mit einer konstanten $(n \times n)$ -Matrix A . Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (a) Für jede Lösung y von $y' = Ay$ gilt $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$.
- (b) Alle Eigenwerte von A haben negativen Realteil.

4. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = y^2 + 2y + 2, \quad y(0) = 1.$$

Die Lösungen sind bis Dienstag, den 01.06.2010, vor der Vorlesung abzugeben.