

Analysis III (für Physiker)
Serie 9

1. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$x^2 y'(x) + 4y(x) = 8e^{-2/x} \sqrt{y(x)}, \quad y(2) = \frac{4}{e^2}.$$

2. Sei $\omega > 0$ und seien $a, b : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetige, positive, ω -periodische Funktionen. Gegeben sei die Differentialgleichung $y' = ay - by^2$. Geben Sie eine Darstellung der Lösung mit der Anfangsbedingung $y(0) = y_0$. Zeigen Sie, dass y_0 so gewählt werden kann, dass $y(\omega) = y_0$. Zeigen Sie weiter, dass für diese Wahl von y_0 die Lösung ω -periodisch ist.

3. Berechnen und skizzieren Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$y \, dx + x(2xy - 1) \, dy = 0.$$

4. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\ddot{x}(t) = 1 - |x(t)|, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

Hinweis: Die Differentialgleichungen in Aufgabe 1 und 2 können durch geeignete Substitutionen auf lineare Differentialgleichungen transformiert werden.

Abgabe: Mittwoch, 14.01.04, bzw. Donnerstag, 15.01.04, in den Übungen