# Übungen zu Analysis III

## Serie 7

1. Sei $M \subset \mathbb{R}^3$ orientiertes Flächenstück und $f : M \to \mathbb{R}^3$. Zeigen Sie, dass
$$\left| \int_M f(x) \cdot d\underline{o}(x) \right| \leq \int_M ||f(x)|| do(x),$$
dabei vorausgesetzt, dass beide Integrale existieren.

2. Sei
$$K = \Omega = (0,1) \times (0, \frac{\pi}{2}) \subset \mathbb{R}^2,$$
$$\Phi : \Omega \to \mathbb{R}^3,\ \Phi(r,t) = (r\cos t, r\sin t, t)$$
und sei
$$K' = \Omega' = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : u^2 + v^2 < 1, u > 0, v > 0\},$$
$$\Psi : \Omega' \to \mathbb{R}^3,\ \Psi(u,v) = (v, u, \arctan \frac{u}{v}).$$
Zeigen Sie, dass $\Phi$ und $\Psi$ das gleiche Flächenstück $M$ parametrisieren und geben Sie eine Parametertransformation $h$ mit $\Psi \circ h = \Phi$ an. Ist $h$ orientierungserhaltend oder orientierungsumkehrend? Skizzieren Sie das Flächenstück $M$.

3. Sei $M$ wie in Aufgabe 2, mit der durch die Parametrisierung $\Psi$ gegebenen Orientierung. Sei $v : M \to \mathbb{R}^3, v(x,y,z) = (y, -x, \sqrt{x^2+y^2})$. Berechnen Sie
$$\int_M v(x,y,z) \cdot d\underline{o}(x,y,z).$$

4. Sei
$$M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 - z^2 = 1,\ x > |y|,\ 0 < z < 1\}.$$
Das Flächenstück sei so orientiert, dass die erste Komponente des Normalenvektors positiv ist. Es sei $v(x,y,z) = (xz, yz, \frac{y}{x})$. Berechnen Sie
$$\int_M v(x,y,z) \cdot d\underline{o}(x,y,z).$$

**Abgabe:** Mi, 10.12.03 bzw. Do, 11.12.03 in den Übungen.