

Analysis III (für Physiker)
Serie 12

1. Sei $a > 0$ und $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a^2 & 2a \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie A^k , $k \in \mathbb{N}$, sowie e^{At} , $t \in \mathbb{R}$.

2. Sei $a \in \mathbb{R}$, I Intervall, $b \in C(I, \mathbb{R})$. Bestimmen Sie mit Hilfe von Satz 3.4.6 die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) + 2ay'(x) + a^2y(x) = b(x).$$

Lösen Sie für $a = 1$ und $b(x) = e^{-x}$ das Anfangswertproblem mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

3. Gegeben sei die Differentialgleichung $y''(x) = f(x)$ mit den Randbedingungen $y(0) = y(1) = 0$ und einer Funktion $f \in C[0, 1]$. Zeigen Sie, dass das zugehörige homogene Randwertproblem eindeutig lösbar ist und bestimmen Sie die zugehörige Greensche Funktion. Berechnen Sie die Lösung $y(x)$ des Randwertproblems für $f(x) = x$.

4. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$

Berechnen Sie \hat{f} und $f * f$.

Abgabe: Mittwoch, 04.02.04, bzw. Donnerstag, 05.02.04, in den Übungen