Analysis III
Serie 11

1. Sei $\alpha \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. Zeigen Sie, dass $x_1 \in \mathbb{R}$ existiert, so dass für alle $x_0 \in \mathbb{R}$, $y_0 \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ die Lösung des Anfangswertproblems

   $$y'(x) = \alpha y(x),\ y(x_0) = y_0$$

   für alle $x \in \mathbb{R}$ der Bedingung

   $$y(x + x_1) = \frac{1}{2}\, y(x)$$

   genügt. Berechnen Sie x_1.

   Für $\alpha < 0$ ist obige Differentialgleichung ein Modell für den radioaktiven Zerfall. Wie kann x_1 interpretiert werden?

2. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

   $$y'(x) = \frac{\tan y(x)}{\sqrt{x}}\ , \quad y(1) = \frac{\pi}{6}\ .$$

3. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

   $$y'(x) = \sqrt{\frac{y(x)}{x}} + 2\frac{y(x)}{x}\ , \quad y(1) = 4\ .$$

4. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

   $$y'(x) = \frac{1}{x}\, y(x) + \frac{1}{x+1}\ , \quad y(1) = 2\ .$$

Bei den Anfangswertproblemen ist jeweils auch das maximale Intervall anzugeben, in dem die Lösung existiert.

Die Lösungen sind bis Montag, den 01.02.2010, 14:00 Uhr, im Fach des jeweiligen Übungsleiters abzugeben.