

Analysis III
Serie 2

1. Sei $\phi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{C}$ Treppenfunktion. Zeigen Sie, dass auch $|\phi|$ Treppenfunktion ist.
Zeigen Sie weiter, dass für reelle Treppenfunktionen ϕ und ψ auch $\max\{\phi, \psi\}$ und $\min\{\phi, \psi\}$ Treppenfunktionen sind.

2. Zeigen Sie, dass sich die Definition der L^1 -Halbnorm nicht ändert, wenn man in der Definition der Hüllreihe an Stelle von offenen Quadern abgeschlossene Quader nimmt.

3. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \exp(-\lfloor |x| \rfloor) .$$

Bestimmen Sie $\|f\|_1$.

4. Sei $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = 0$ falls $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ und durch $f(x) = 1/q$ falls $x \in \mathbb{Q}$, wobei q die kleinste natürliche Zahl ist, so dass x eine Darstellung $x = p/q$ mit $p \in \mathbb{Z}$ und $0 \leq p \leq q$ hat. Berechnen Sie das Oberintegral

$$\overline{\int_0^1 f(x) dx} .$$

Die Lösungen sind bis Montag, den 09.11.2009, 14:00 Uhr, im Fach des jeweiligen Übungsleiters abzugeben.