

Analysis III
Serie 1

1. Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} [x] + [y], & \text{falls } 0 \leq x \leq 2 \text{ und } 0 \leq y \leq 2; \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dabei ist $[x]$ die größte ganze Zahl, die nicht größer als x ist.

Zeigen Sie durch explizite Angabe von c_1, \dots, c_n und Quadern Q_1, \dots, Q_n mit

$$f = \sum_{k=1}^n c_k \chi_{Q_k},$$

dass f Treppenfunktion ist.

2. Berechnen Sie die Integrale

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 \frac{x-y}{(x+y)^3} dx \right) dy$$

und

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 \frac{x-y}{(x+y)^3} dy \right) dx.$$

3. Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+4)}.$$

4. Berechnen Sie die Integrale

$$\int_1^2 e^{\sqrt{x}} dx$$

und

$$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+4\cos^2 x} dx.$$

Die Lösungen sind bis Montag, den 02.11.2009, 14:00 Uhr, im Fach des jeweiligen Übungsleiters abzugeben.