

**Übungen zu  
Analysis II und Lineare Algebra Ib für Physiker  
Serie 2**

1. Seien  $A_1, A_2$  quadratische Matrizen und sei  $A = \begin{pmatrix} A_1 & B \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}$  mit einer Matrix  $B$ . Zeigen Sie, dass  $\det A = (\det A_1)(\det A_2)$ .
2. Sei  $A = (a_{ij}) \in M(n \times n, \mathbb{R})$  wobei

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{falls } i = j, \\ 1 & \text{falls } i \neq j. \end{cases}$$

Berechnen Sie  $\det A$ .

3. Sei  $I$  Intervall und  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar. Die Ableitung  $f'$  sei beschränkt. Zeigen Sie, dass  $f$  gleichmäßig stetig ist.
4. Seien  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig mit  $f(x) \leq g(x)$  für alle  $x \in [a, b]$ . Es gebe  $x_0 \in [a, b]$  mit  $f(x_0) < g(x_0)$ . Zeigen Sie, dass  $\int_a^b f(x)dx < \int_a^b g(x)dx$ .
5. Sei  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ , und  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$ . Zeigen Sie, dass  $F$  Stammfunktion von  $f$  ist. Zeigen Sie weiter, dass  $F$  bijektiv ist und dass  $F^{-1}(y) = \frac{1}{2}(e^y - e^{-y})$ .

**Abgabe:** Mi, 23.4. bzw. Do, 24.4.03 in den Übungen