Analysis II
Serie 6

Definition: Sei (M,d) metrischer Raum, $A \subset M$. Sei Y die Menge aller offenen Teilmengen von A. Dann heißt

$$\mathring{A} := \bigcup_{S \in Y} S$$

das Innere von A und

$$\partial A := \overline{A} \setminus \mathring{A}$$

der Rand von A.

1. Sei (M,d) metrischer Raum, $A \subset M$.
   (a) Zeigen Sie, dass $\partial A = \partial(M \setminus A)$.
   (b) Gilt allgemein $\mathring{\overline{A}} \subset \overline{\mathring{A}}$ oder $\overline{\mathring{A}} \subset \mathring{\overline{A}}$?

2. Es sei
$$A_1 = \{re^{it} : r > 0,\ 0 \le t < \pi\},$$
$$A_2 = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im } z > (\text{Re } z)^2\}$$
   und
$$A_3 = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im } z \ge 0\}.$$
   Skizzieren Sie die Mengen A_1, A_2, A_3 untersuchen Sie sie auf Offenheit und Abgeschlossenheit (in $\mathbb{C}$). Falls $A_j \subset A_k$, untersuchen Sie auch, ob A_j offen oder abgeschlossen in A_k ist.

3. Sei (M,d) metrischer Raum und $A \subset M$. Zeigen Sie, dass
$$\overline{A} = A \cup \{x \in M : x \text{ ist Häufungspunkt von } A\}.$$

4. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$. Sei
$$\Phi : C[a,b] \to \mathbb{R},\ f \mapsto \max_{x \in [a,b]} \text{Re } f(x).$$
   Für welche der Normen $\|\cdot\|_\infty$ und $\|\cdot\|_1$ auf $C[a,b]$ ist Φ stetig?

Abgabe bis Mittwoch, 24.05.2012, im Fach des Übungsleiters.
Aufgabe 4 ist vor allem für 1-Fach-BSc gedacht.