Prof. Dr. W. Bergweiler Sommersemester 2012

Analysis II
Serie 4

1. Berechnen Sie die Fourierreihe der 2π-periodischen Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die für $-\pi < x \leq \pi$ durch $f(x) = e^{|x|}$ gegeben ist. Was können Sie über die Konvergenz der Fourierreihe sagen?

2. Für welche $\alpha \in (0, \infty)$ konvergiert das uneigentliche Integral
$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{(1-x^2)^\alpha} \, dx?$$

3. Bestimmen Sie die Menge aller $\alpha \in (0, \infty)$, für die die Reihe
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ \ln n \ (\ln(\ln n))^\alpha}$$
konvergiert.

4. Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ und $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^\alpha$. Zeigen Sie, dass für das Restglied $R_n(x)$ der Taylorentwicklung um den Punkt 1
$$\lim_{n\to\infty} R_n(x) = 0$$
gilt, falls $0 < x < 1$.

Abgabe bis Mittwoch, 10.05.2012, im Fach des Übungsleiters.
Aufgabe 4 ist vor allem für 1-Fach-BSc gedacht.