Prof. Dr. W. Bergweiler SS 2007

Analysis II
Serie 12

1. Seien V, W Banachräume und sei $U \subset V$ offen und zusammenhängend. Weiter sei $f : U \to W$ eine zweimal differenzierbare Funktion mit $D^2 f = 0$. Zeigen Sie, dass $A \in L(V, W)$ und $w \in W$ mit $f = A|U + w$ existieren.

2. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $(x_1, x_2, x_3)^T \mapsto (1 + x_2 + x_3)e^{x_1 + x_2}$. Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_1(x)$ von f um 0 und zeigen Sie, dass für $\|x\|_\infty \leq 1$ das Restglied $R_1(x)$ der Abschätzung
$$|R_1(x)| \leq 10e^2 \|x\|_\infty^2$$
genügt.

3. Bestimmen Sie die globalen Extrema der Funktion
$$f : [0, 1]^2 \to \mathbb{R}, (x, y) \mapsto (x^3 - x)\sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{3}} y^{\frac{3}{2}}.$$

4. Sei α die Funktion aus Aufgabe 2 der Serie 11. Zeigen Sie, dass α zweimal differenzierbar ist und berechnen Sie $D^2\alpha(f)(g, h)$ für $f, g, h \in C([0, 1])$. Wie sehen die höheren Ableitungen von α aus?

Die Lösungen der ersten beiden Aufgaben sind bis zum Freitag, dem 29.06.2007, 10.00 Uhr, ins Fach des jeweiligen Übungsleiters im 1. Stock des Mathematischen Seminars zu legen.