Prof. Dr. W. Bergweiler SS 2007

Analysis II
Serie 9

1. Sei (M,d) metrischer Raum und sei (Z_n) eine Folge zusammenhängender Teilmengen von M. Für alle $n \in \mathbb{N}$ gelte $Z_n \cap Z_{n+1} \neq \emptyset$. Zeigen Sie, dass dann $\bigcup\limits_{n=1}^{\infty} Z_n$ zusammenhängend ist.

2. Seien $(M,d_M),(N,d_N)$ metrische Räume und sei $f: M \to N$ bijektiv und stetig. Weiter sei M kompakt. Zeigen Sie, dass f^{-1} stetig ist. Zeigen Sie, dass auf die Voraussetzung der Kompaktheit von M nicht verzichtet werden kann.

3. Gegeben sei der normierte Raum $(C[-1,1], \|\cdot\|_\infty)$ und die Teilmenge $M_1 := C^1[-1,1]$ sowie die Teilmenge M_2, die aus der Funktionen der Form $x \mapsto ax+b$ mit $a,b \in [-1,1]$ besteht. Untersuchen Sie, ob die Mengen M_1 und M_2 offen, abgeschlossen, kompakt, beschränkt, totalbeschränkt oder zusammenhängend sind.

Definition: Seien $(M,d_M),(N,d_N)$ metrische Räume. Eine Abbildung $f: M \to N$ heißt *Homöomorphismus*, wenn f bijektiv und f und f^{-1} stetig sind. Die Räume M und N heißen dann *homöomorph*.

4. Sei $S^1 := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$. Zeigen Sie, dass S^1 nicht homöomorph zu einem Intervall ist.

Die Lösungen der ersten beiden Aufgaben sind bis zum Freitag, dem 08.06.2007, 10.00 Uhr, ins Fach des jeweiligen Übungsleiters im 1. Stock des Mathematischen Seminars zu legen.