

Analysis II
Serie 1

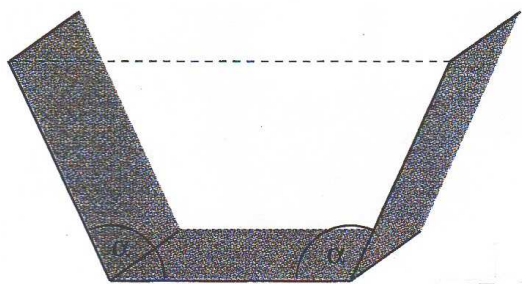
1. Sei $t > 0$ und sei

$$f : \mathbb{R}_+ \setminus \left\{ \frac{1}{t} \right\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{\ln(xt)}.$$

Berechnen Sie die Tangenten an den Graphen von f , die durch den Punkt $(0, 2)$ gehen.

Bemerkung: Diese Aufgabe war Teilaufgabe einer Abituraufgabe.

2. Lösen Sie folgende Schulbuchaufgabe:



Aus drei gleich breiten Brettern soll eine Rinne hergestellt werden, die oben offen ist. Fig. 2 zeigt einen Querschnitt dieser Rinne.

Wie ist der Winkel α zu wählen, damit das Fassungsvermögen der Rinne möglichst groß wird?

3. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{\arctan x}$. Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_2(x, f, 0)$ und zeigen Sie, dass das Restglied $R_2(x) = R_2(x, f, 0)$ für $x \in [-1, 1]$ der Abschätzung

$$|R_2(x)| \leq \frac{11}{6} \exp\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot |x|^3$$

genügt.

4. Sei $a > 0$ und $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a^x$. Für $n \in \mathbb{N}$ und $x > 0$ sei

$$Z_n := \left\{ 0, \frac{x}{n}, \frac{2x}{n}, \dots, \frac{(n-1)x}{n}, x \right\} \quad \text{und} \quad \xi_n := \left(0, \frac{x}{n}, \frac{2x}{n}, \dots, \frac{(n-2)x}{n}, \frac{(n-1)x}{n} \right).$$

Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, Z_n, \xi_n)$.