Übungen zu Analysis II

Serie 8

29. Beweise den Satz 6.4.4 der Vorlesung unter Benutzung der Charakterisierung der Kompaktheit aus Teil (i) von Satz 6.4.1.

30. Seien $(V, ||\cdot||_V), (W, ||\cdot||_W)$ normierte Räume. Zeige, daß $(L(V,W), ||\cdot||_{L(V,W)})$ ein normierter Raum ist, der vollständig ist, falls $(W, ||\cdot||_W)$ vollständig ist.

31. Seien $p, q \in \mathbb{N}$. Es seien die Vektorräume $\mathbb{R}^p$ und $\mathbb{R}^q$ jeweils mit der $||\cdot||_1$-Norm versehen. Sei
$$f : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^q$$
eine lineare Abbildung, und sei
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1p} \\ . & & . \\ . & & . \\ . & & . \\ a_{q1} & \dots & a_{qp} \end{pmatrix}$$
die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basen. Berechne die Operatornorm von f.

32. Überprüfe die folgenden Teilmengen des normierten Raumes $(C([0,1]), ||\cdot||_\infty)$ auf Abgeschlossenheit, Vollständigkeit, Beschränktheit, Total-Beschränktheit und Kompaktheit:
$$K_1 := \{a\mathrm{Id}_{[0,1]}^2 + b\ ;\ a, b \in [-1,1]\},$$
$$K_2 := \{\mathrm{Id}_{[0,1]}^n\ ;\ n \in \mathbb{N}\},$$
$$K_3 := C^1([0,1]).$$

Abgabe: bis Freitag, den 9. Juni 2000, 11^{00} Uhr im Schrein.