

Übungen zu Analysis I und Lineare Algebra Ia für Physiker**Serie 11****Aufgabe 1.**

Es seien V und W K -Vektorräume und $\phi : V \rightarrow W$ eine lineare Abbildung.

- Sei V_1 ein Teilraum von V . Man zeige, daß $\phi(V_1)$ ein Teilraum von W ist.
- Sei W_1 ein Teilraum von W . Man zeige, daß $\phi^{-1}(W_1)$ ein Teilraum von V ist.

Aufgabe 2.

Es seien $v_1 := (1, 2, 3)$, $v_2 := (2, 1, -2)$ und $v_3 := (1, 3, 8)$. Nach Serie 6, Aufgabe 1 bilden v_1, v_2, v_3 ein Basis von \mathbb{R}^3 . Nach Satz 6.1.2 der Vorlesung existiert eine lineare Abbildung $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $\phi(v_1) = v_2$, $\phi(v_2) = v_3$ und $\phi(v_3) = v_1$. Man bestimme $\phi(1, 0, 0)$.

Aufgabe 3.

Es sei

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}.$$

Man zeige, daß

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{für } x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

für alle $x \neq 0$.

Aufgabe 4.

Es sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 5 \arctan x - 2 \ln(1 + x^2) - \frac{5x}{1 + x^2}.$$

Man bestimme die Intervalle, in denen f monoton ist, sowie die lokalen und globalen Extrema von f . Man skizziere den Graph von f .

Aufgabe 5.

Man berechne die folgenden Grenzwerte

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\ln(1 + x) \cdot \arcsin x} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{2}{x^2 - 1} \right).$$

Abgabe: Mittwoch, den 29.1.2003 bzw Donnerstag, den 30.1.2003, in den Übungen.