

Übungen zu Analysis I und Lineare Algebra Ia für Physiker

Serie 9

Aufgabe 1.

Es sei

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

eine reelle $m \times n$ -Matrix. Man zeige, daß die Menge aller $(b_1, \dots, b_m) \in \mathbb{R}^m$, für die das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

lösbar ist, ein Teilraum des \mathbb{R}^m ist.

Aufgabe 2.

Man bestimme die allgemeine Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_3 - x_4 &= -3 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 &= -2 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\ 3x_1 - 4x_2 - 4x_3 - 3x_4 &= -7 \\ 2x_1 + 2x_2 + 9x_3 + x_4 &= -1 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.

Sei $\alpha > 0$. Man zeige, daß

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0.$$

Aufgabe 4.

Man berechne die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

Aufgabe 5.

- a) Man bestimme alle $z \in \mathbb{C}$ mit $z^4 = i$.
 b) Man berechne

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^{2003}.$$

Abgabe: Mittwoch, den 15.1.2003 bzw Donnerstag, den 16.1.2003, in den Übungen.