Prof. Dr. W. Bergweiler/L. Rempe Wintersemester 2002/2003

Übungen zu Analysis I und Lineare Algebra Ia für Physiker

Serie 6

Aufgabe 1.
Gegeben seien die folgenden Vektoren des $\mathbb{R}^3$: $v_1 := (1,2,3)$, $v_2 := (2,1,-2)$, $v_3 := (1,1,-2)$ und $w := (1,3,8)$.
Für welche $j,k \in \{1,2,3\}$ ist w, v_j, v_k eine Basis des $\mathbb{R}^3$?

Aufgabe 2.
Man ergänze $v_1 := (1,2,3,4)$, $v_2 := (2,1,-2,1)$, $v_3 := (1,1,-2,1)$
zu einer Basis des $\mathbb{R}^4$.

Aufgabe 3.
Welche der folgenden Reihen sind konvergent, welche absolut konvergent?

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^k\sqrt{k}}{k+1}$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)^{n^3}$ c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2(1+2i)^n}{(2n)!}$

Aufgabe 4.

Sei (a_n) eine reelle Zahlenfolge. Es sei (a_{ν_k}) die Teilfolge der positiven und (a_{μ_k}) die Teilfolge der negativen Folgenglieder.
Man zeige: Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ ist absolut konvergent genau dann, wenn die Reihen $\sum_{k=0}^{\infty} a_{\nu_k}$ und $\sum_{k=0}^{\infty} a_{\mu_k}$ konvergieren.

Aufgabe 5.

a) Es sei $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine absolut konvergente Reihe und (b_n) eine beschränkte Folge. Man zeige, daß auch die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot b_n$ absolut konvergiert.

b) Man untersuche die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + e^2 n - 7}{(2n-1)(2n+1)2^n}$$

auf Konvergenz.

Abgabe: Mittwoch, den 4.12.2002 bzw Donnerstag, den 5.12.2002, in den Übungen.