Übungen zu Analysis I und Lineare Algebra Ia für Physiker

Serie 5

Aufgabe 1.
Sind die drei Vektoren

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-1\\-3\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\-3\\-8\\5\end{pmatrix}$$

linear unabhängig?

Aufgabe 2.
Es bezeichne V die Menge aller Polynome p vom Grad höchstens 3 mit $p(1) = p(2) = 0$. (Diese Menge ist ein Teilraum von $\mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.) Man bestimme eine Basis von V.

Aufgabe 3.
Es seien $b \in \mathbb{N}$ und $a \in \mathbb{R}$ mit $a > 1$. Man zeige:

$$\frac{a^n}{n^b} \to \infty.$$

Aufgabe 4.
Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beschränkte (reelle) Zahlenfolge derart, daß die Menge $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ kein Maximum besitzt. Zeigen Sie: Es existiert eine Teilfolge (a_{n_k}) mit

$$a_{n_k} \to \sup\{a_n : n \in \mathbb{N}\}.$$

Aufgabe 5.
Man zeige, daß für alle $z, w \in \mathbb{C}$ gilt:

$$|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2).$$

Diese Gleichung heißt *Parallelogrammidentität*. Warum?

Abgabe: Mittwoch, den 27.11.2002 bzw Donnerstag, den 28.11.2002, in den Übungen.