Übungen zu Analysis I und Lineare Algebra Ia für Physiker

Serie 4

Aufgabe 1.
Welche der folgenden Teilmengen von $V := \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ sind Teilräume?

(a) $\{f \in V : f(1) = f(2) = 0\}$

(b) $\{f \in V : f(1) \cdot f(2) = 0\}$

(c) $\{f \in V : f(1) + f(2) = 0\}$

Aufgabe 2.
Gegeben seien die folgenden Vektoren des $\mathbb{R}^3$: $v_1 := (1,2,3)$, $v_2 := (3,2,1)$, $v_3 := (1,2,4)$ und $v_4 := (1,1,0)$. Definiere $W_1 := \mathrm{Span}(v_1, v_2)$ und $W_2 := \mathrm{Span}(v_3, v_4)$. Man bestimme $W_1 \cap W_2$ und $W_1 + W_2$.

Aufgabe 3.
Man überprüfe, ob die angegebenen Folgen konvergieren, und berechne gegebenenfalls die Grenzwerte.

$$a_n := \frac{n^2 + 7\sqrt{n}}{\sqrt{n} + 5}$$
$$b_n := \frac{7n^3 + 5n + 2e\sqrt[n]{n}}{n \cdot (n^2 + 1)}$$
$$c_n := \frac{n^{\frac{3}{2}}\sqrt[n]{5} + 4n}{2n - 3n^2}$$

Aufgabe 4.
Definiere eine Folge a_n rekursiv durch $a_1 := 0$ und

$$a_{n+1} := a_n^2 + \frac{1}{4}.$$

Man bestimme $\lim_{n\to\infty} a_n$.

Aufgabe 5.
Sei $p \in \mathbb{N}$ und sei (a_n) eine Folge positiver reeller Zahlen. Sei $\alpha \geq 0$. Man zeige:

$$a_n \to \alpha \iff \sqrt[p]{a_n} \to \sqrt[p]{\alpha}.$$

Abgabe: Mittwoch, den 20.11.2002 bzw Donnerstag, den 21.11.2002, in den Übungen.