

## Analysis I — Serie 10

1. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetige und beschränkte Funktion. Zeigen Sie, dass ein  $x \in \mathbb{R}$  existiert mit  $f(x) = x$ .
2. Zeigen Sie, dass die Funktion  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,

$$z \mapsto \begin{cases} \frac{\operatorname{Re}(z)}{\sqrt{|z|}}, & \text{falls } z \neq 0, \\ 0, & \text{falls } z = 0. \end{cases}$$

stetig ist.

3. Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x - e^x}{x^2}.$$

4. Sei  $A \subset M \subset \mathbb{C}$  und sei  $f : M \rightarrow \mathbb{C}$  eine Funktion. Betrachten Sie die folgenden Aussagen:
  - (a)  $f$  ist stetig in  $A$ ,
  - (b)  $f|_A$  ist stetig.

Folgt (b) aus (a)? Folgt (a) aus (b)? Geben Sie einen Beweis oder ein Gegenbeispiel für diese Implikationen an.

Die Lösungen (für Zwei-Fächer-BSc nur die der ersten drei Aufgaben) sind bis zum Dienstag, dem 17.01.2012, 10.00 Uhr, ins Fach des jeweiligen Übungsleiters im 1. Stock des Mathematischen Seminars zu legen.