Analysis I — Serie 7

1. Sei $T.M.J$ Ihr Geburtsdatum, wobei T für den Tag, M für den Monat und J für das Jahr steht. Für $n \in \mathbb{N}$ sei
$$a_n = \left(\frac{T}{M} + i\frac{1}{J}\right)^n.$$
Ist (a_n) eine Cauchyfolge?

2. Untersuchen Sie die Reihen
$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt{n}}{n+1} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}+1}$$
auf Konvergenz.

3. Sei (a_n) eine Folge positiver, reeller Zahlen mit $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Zeigen Sie, dass eine Zahlenfolge (e_n) mit $e_n \in \{1, -1\}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ existiert, so dass
$$\sum_{n=1}^{\infty} e_n a_n$$
konvergiert.

4. Seien (a_n) und (b_n) nach oben beschränkte, reelle Zahlenfolgen. Folgt dann, dass
$$\limsup_{n\to\infty}(a_n + b_n) = \limsup_{n\to\infty} a_n + \limsup_{n\to\infty} b_n$$
gilt? Falls nicht, gilt zumindest "$\leq$" or "$\geq$"?

Die Lösungen (für Zwei-Fächer-BSc nur die der ersten drei Aufgaben) sind bis zum Dienstag, dem 13.12.2011, 12 Uhr, ins Fach des jeweiligen Übungsleiters im 1. Stock des Mathematischen Seminars zu legen. Wer an der Probeklausur am 12.12.2011 (um 18.15 Uhr im Steinitzhörsaal) teilnimmt, muss nur die Lösungen der ersten beiden Aufgaben abgeben.