Prof. Dr. W. Bergweiler WS 2011/12

Analysis I — Serie 5

1. Sei (a_n) eine Zahlenfolge. Sei (b_n) die durch

$$b_n := \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} a_k$$

definierte Zahlenfolge.

   (a) Folgt aus der Konvergenz von (a_n) die Konvergenz von (b_n)?

   (b) Folgt aus der Konvergenz von (b_n) die Konvergenz von (a_n)?

2. Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge (a_n) für

   (a)

$$a_n := \frac{3i(4+5i)^n + 6^n}{7(4+5i)^{n+1} + 8 + 9i}$$

und

   (b)

$$a_n := \sqrt{4^n + 2^n} - \sqrt{4^n}\ .$$

Bemerkung: Teil (b) ist einem Schulbuch entnommen.

3. Sei (a_k) eine beschränkte Zahlenfolge. Zeigen Sie, dass

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\sum_{k=1}^{n} |a_k|^n} = \sup_{k\in\mathbb{N}} |a_k|.$$

4. Bestimmen und skizzieren Sie die Menge M aller $z \in \mathbb{C}$, für die

$$5|z|^2 + 4\,\mathrm{Re}(z^2) \le 2\,\mathrm{Im}(\overline{z}) + 8$$

gilt.

Die Lösungen der ersten beiden Aufgaben (für Zwei-Fächer-BSc) bzw. der ersten drei Aufgaben (für Ein-Fach-BSc) sind bis zum Montag, dem 28.11.2011, Vorlesungbeginn, ins Fach des jeweiligen Übungsleiters im 1. Stock des Mathematischen Seminars zu legen.