

Probeklausur zu Analysis I**12. Dezember 2011**

Für die Bearbeitung der folgenden 4 Aufgaben werden jeweils maximal 6 Punkte vergeben. Die Klausur hat im Ernstfall bestanden, wer insgesamt mindestens 12 der 24 zu vergebenden Punkte erreicht hat. Viel Erfolg!

Bearbeitungszeit: 1,25 Stunden

1. Wie lautet

- (a) die Definition der Antisymmetrie einer Relation?
- (b) der Satz von Bolzano-Weierstraß?
- (c) das Leibnizkriterium für Reihen?

2. Zeigen Sie, dass

$$\binom{2n}{n} \leq 4^n$$

für alle $n \in \mathbb{N}$.

3. Seien X, Y, Z nichtleere Mengen und $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$ Funktionen. Zeigen Sie: Ist $g \circ f$ surjektiv und g injektiv, so ist f surjektiv.

4. Die Zahlenfolge (a_n) sei rekursiv definiert durch $a_1 = 5$ und

$$a_{n+1} = \frac{1 + a_n^2}{1 + a_n}.$$

Zeigen Sie, dass (a_n) konvergiert und bestimmen Sie den Grenzwert von (a_n) .