Prof. Dr. W. Bergweiler WS 2006/07

Analysis I
Serie 7

1. Beweisen Sie Satz 2.3.2 der Vorlesung.
2. Für $n \in \mathbb{N}$ sei $a_n := \sqrt{n} - [\sqrt{n}]$. Bestimmen Sie $\liminf\limits_{n\to\infty} a_n$ und $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n$.
   Zusatz: Bestimmen Sie die Menge der Häufungswerte von (a_n).
3. Seien (a_n) und (b_n) beschränkte Zahlenfolgen. Zeigen Sie, dass
   $$\limsup_{n\to\infty}(a_n + b_n) \leq \limsup_{n\to\infty} a_n + \limsup_{n\to\infty} b_n.$$
   Belegen Sie durch ein Beispiel, dass hier im allgemeinen nicht das Gleichheitszeichen steht.
4. Sei (a_n) Zahlenfolge. Zeigen Sie, dass (a_n) genau dann konvergent ist, wenn die drei Teilfolgen $(a_{2k}), (a_{2k-1})$ und (a_{3k}) alle konvergieren.

Die Lösungen der ersten beiden Aufgaben sind bis zum Freitag, dem 08.12.2006, 10.00 Uhr, ins Fach des jeweiligen Übungsleiters im 1. Stock des Mathematischen Seminars zu legen. Die Lösungen der dritten und vierten Aufgabe sind dem Übungsleiter nach Terminabsprache in dessen Sprechstunden zu erläutern.